Primi passi nel mondo delle probabilità

22 febbraio - 12 aprile 2011

Tullia Norando

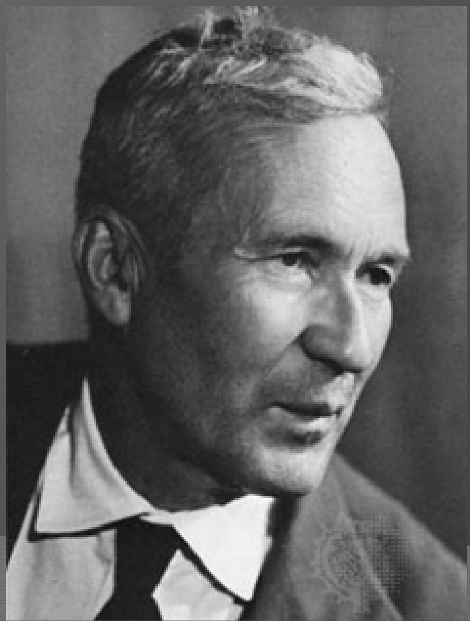
Laboratorio Didattico FDS - Politecnico di Milano

La logica della scienza

*The actual science of logic is conversant at present only with things either **certain**, **impossible**, or **entirely doubtful**, none of which (fortunately) we have to reason on. Therefore the true logic for this world is the **calculus of Probabilities**, which takes account of the magnitude of the probability which is, or ought to be, in a reasonable man's mind.*

James C. Maxwell 1850

Una scienza giovane



Di notte tutti i gatti sono bigi ?

In una notte buia il tenente Colombo cammina in una strada deserta quando sente suonare un allarme e vede che una finestra a pianterreno ha il vetro rotto. Un uomo mascherato esce dalla finestra portando una borsa visibilmente piena.

Il poliziotto decide di arrestare l'uomo, ma in base a quale tipo di ragionamento?

Certo o plausibile?

… o alcuni più di altri ?

Il tenente Colombo deve decidere se l'uomo è un ladro oppure no.

Due sono gli esiti possibili della storia

A → Il poliziotto arresta l'uomo

B → Il poliziotto **non** arresta l'uomo

La decisione è ponderata: in base alle sue **informazioni** il poliziotto attribuisce un **peso** a ciascuno dei due esiti

Una decisione … ponderata

Il peso di **A** sarà **0** (zero) se Colombo ritiene che sia impossibile che l'uomo sia un ladro

il peso di **A** sarà **1** (uno) se Colombo ritiene che sia certo che l'uomo sia un ladro

il peso di **A** sarà **p** (numero reale compreso tra 0 e 1) se Colombo ritiene che non sia certo e neppure impossibile che l'uomo sia un ladro.

Il numero **p** quantifica la percentuale di volte in cui, nelle medesime condizioni, con le stesse informazioni, si è rivelato che l'arresto era la decisione giusta da prendere.

Una decisione … ponderata

Quanto pesa **B** ?

B è il **contrario di A** (due soli sono gli esiti possibili)

calcolo del peso di **B**

1 se il peso di A è **0** — Il contrario di un evento impossibile è l'evento certo

0 se il peso di A è **1** — Il contrario di un evento certo è l'evento impossibile

1-p se il peso di A è **p** — Le due alternative sono incompatibili, per cui se l'una si verifica p x 100 volte, l'altra si verifica

100 - p x 100 volte = (1-p) x 100 volte

Impara l'arte e mettila da parte

Se A è un esito del nostro esperimento la probabilità di A è un numero che indichiamo con ***P*(A)**

che verifica i seguenti requisiti

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

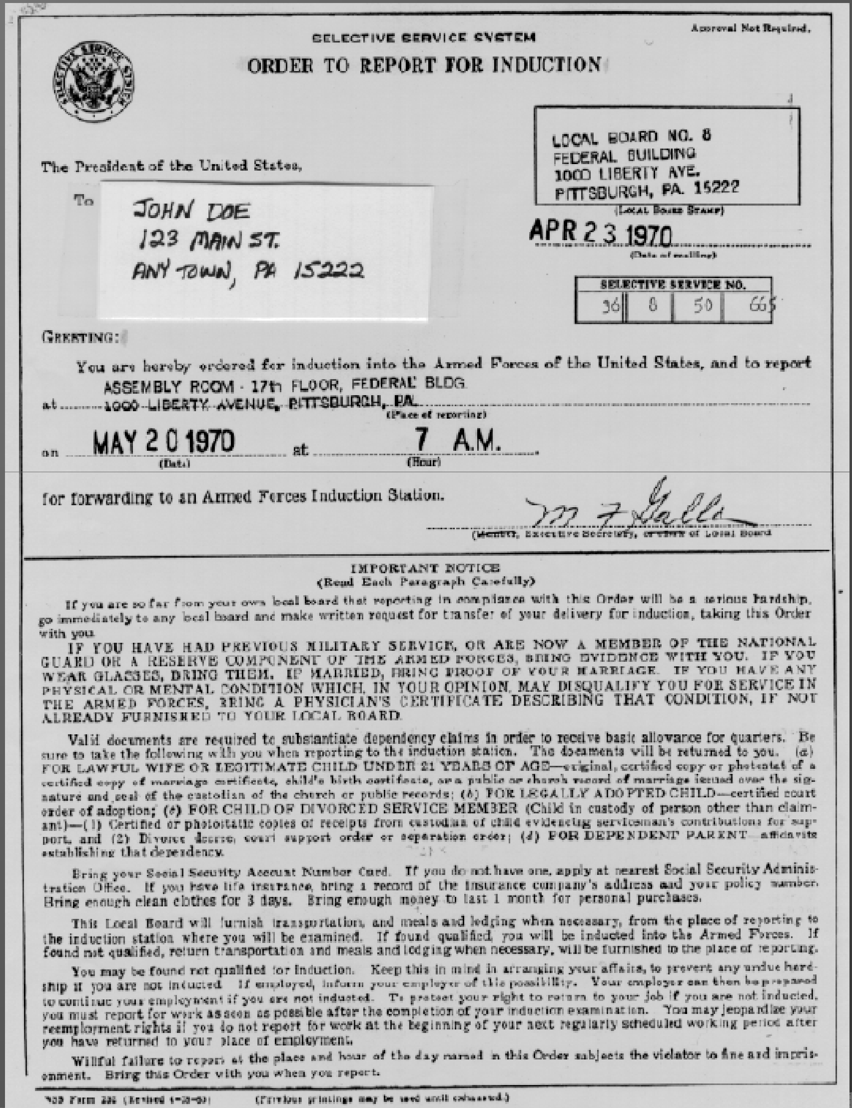
$$P(\emptyset) = 0$$

$$P(\Omega) = 1$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Uso delle probabilità e mondo reale

Draft Lottery 1970



Approval Not Required.

SELECTIVE SERVICE SYSTEM

ORDER TO REPORT FOR INDUCTION

LOCAL BOARD NO. 8
FEDERAL BUILDING
1000 LIBERTY AVE.
PITTSBURGH, PA. 15222
(Local Board Stamp)

The President of the United States,

To JOHN DOE
123 MAIN ST.
ANY TOWN, PA 15222

APR 23 1970
(Date of mailing)

SELECTIVE SERVICE NO.			
36	8	50	665

GREETING:

You are hereby ordered for induction into the Armed Forces of the United States, and to report at ASSEMBLY ROOM - 17th FLOOR, FEDERAL BLDG. 1000 LIBERTY AVENUE, PITTSBURGH, PA.
(Place of reporting)

on MAY 20 1970 (Date) at 7 A.M. (Hour)

for forwarding to an Armed Forces Induction Station.

M F Gallo
(Member, Executive Secretary, or clerk of Local Board)

IMPORTANT NOTICE
(Read Each Paragraph Carefully)

If you are so far from your own local board that reporting in compliance with this Order will be a serious hardship, go immediately to any local board and make written request for transfer of your delivery for induction, taking this Order with you.

IF YOU HAVE HAD PREVIOUS MILITARY SERVICE, OR ARE NOW A MEMBER OF THE NATIONAL GUARD OR A RESERVE COMPONENT OF THE ARMED FORCES, BRING EVIDENCE WITH YOU. IF YOU WEAR GLASSES, BRING THEM. IF MARRIED, BRING PROOF OF YOUR MARRIAGE. IF YOU HAVE ANY PHYSICAL OR MENTAL CONDITION WHICH, IN YOUR OPINION, MAY DISQUALIFY YOU FOR SERVICE IN THE ARMED FORCES, BRING A PHYSICIAN'S CERTIFICATE DESCRIBING THAT CONDITION, IF NOT ALREADY FURNISHED TO YOUR LOCAL BOARD.

Valid documents are required to substantiate dependency claims in order to receive basic allowance for quarters. Be sure to take the following with you when reporting to the induction station. The documents will be returned to you. (a) FOR LAWFUL WIFE OR LEGITIMATE CHILD UNDER 21 YEARS OF AGE—original, certified copy or photostat of a certified copy of marriage certificate, child's birth certificate, or a public or church record of marriage issued over the signature and seal of the custodian of the church or public records; (b) FOR LEGALLY ADOPTED CHILD—certified court order of adoption; (c) FOR CHILD OF DIVORCED SERVICE MEMBER (Child in custody of person other than claimant)—(1) Certified or photostatic copies of receipts from custodian of child evidencing serviceman's contributions for support, and (2) Divorce decree, court support order or separation order; (d) FOR DEPENDENT PARENT—affidavits establishing that dependency.

Bring your Social Security Account Number Card. If you do not have one, apply at nearest Social Security Administration Office. If you have life insurance, bring a record of the insurance company's address and your policy number. Bring enough clean clothes for 3 days. Bring enough money to last 1 month for personal purchases.

This Local Board will furnish transportation, and meals and lodging when necessary, from the place of reporting to the induction station where you will be examined. If found qualified, you will be inducted into the Armed Forces. If found not qualified, return transportation and meals and lodging when necessary, will be furnished to the place of reporting.

You may be found not qualified for induction. Keep this in mind in arranging your affairs, to prevent any undue hardship if you are not inducted. If employed, inform your employer of this possibility. Your employer can then be prepared to continue your employment if you are not inducted. To protect your right to return to your job if you are not inducted, you must report for work as soon as possible after the completion of your induction examination. You may jeopardize your reemployment rights if you do not report for work at the beginning of your next regularly scheduled working period after you have returned to your place of employment.

Willful failure to report at the place and hour of the day named in this Order subjects the violator to fine and imprisonment. Bring this Order with you when you report.

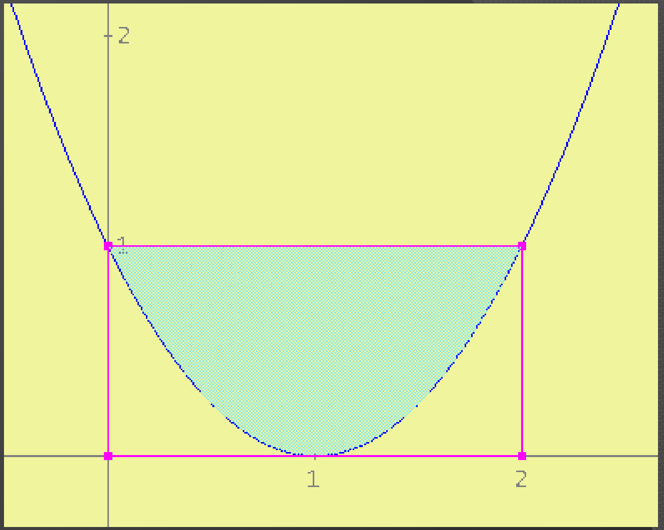
SSS Form 252 (Revised 1-23-69) (Previous printings may be used until exhausted.)

[The year that trembled]

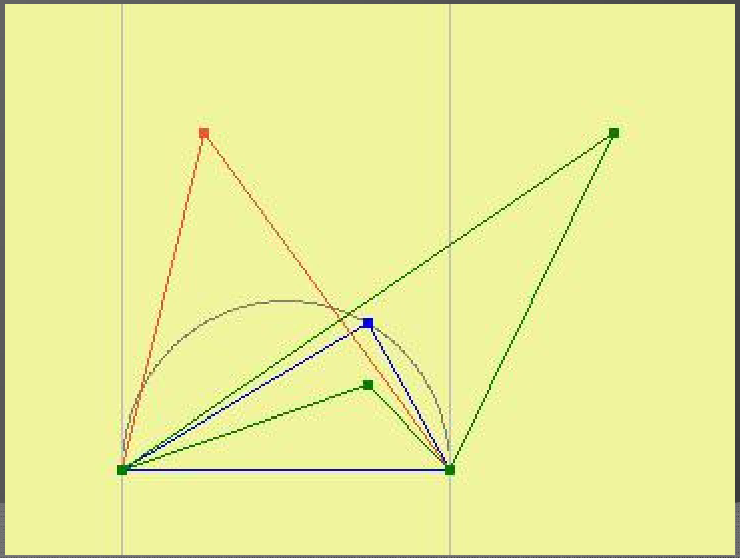
[Un’estrazione particolare]

Uso delle probabilità e geometria

Calcolo approssimato dell'area del segmento parabolico



Se tracci un triangolo ***a caso*** qual è la probabilità che il triangolo sia ottusangolo?



angoli casuali

Esperimento casuale: lancio di una moneta

Vogliamo lanciare una moneta molte volte e registrare dopo ogni lancio il risultato :

TESTA   - esce la faccia con impresso il valore

CROCE - esce la faccia opposta

Prima di eseguire l'esperimento, avete un'aspettativa riguardo al suo esito?

Esperimento casuale: lancio di una moneta

Eseguiamo **10** lanci di una moneta

Due esiti possibili: **T** (testa) oppure **C** (croce)

Principio di indifferenza: i due esiti sono **equiprobabili**

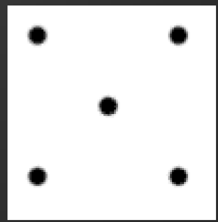
$$P(T) = P(C) = 0.5$$

Eventi Indipendenti

Esperimento casuale: macchina di Galton

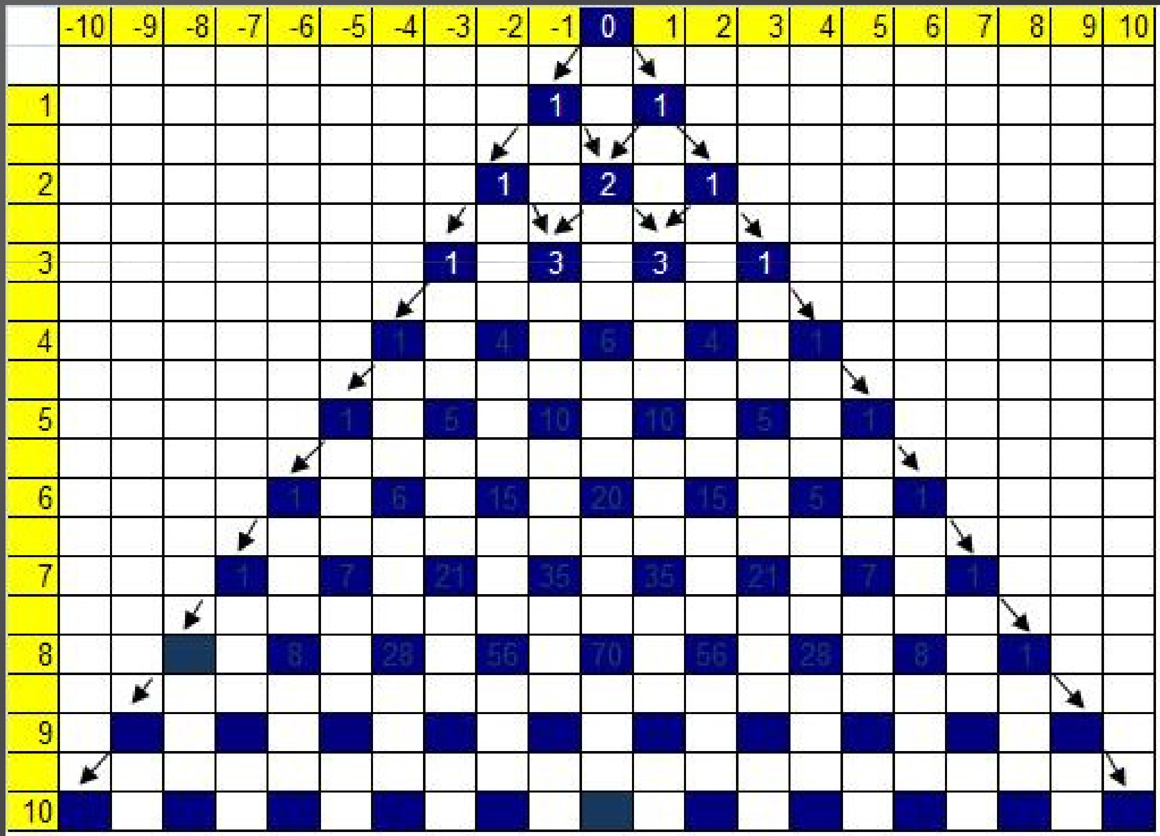
Francis Galton[1889]

Disposizione dei chiodi a **quincunx**



Esperimento casuale: passeggiata a 10 passi

Eseguiti 10 lanci du una moneta: partiamo dal punto 0 e scendiamo di 1 ad ogni lancio andando a sinistra di 1, se è uscita Croce, a destra di 1 se è uscita Testa

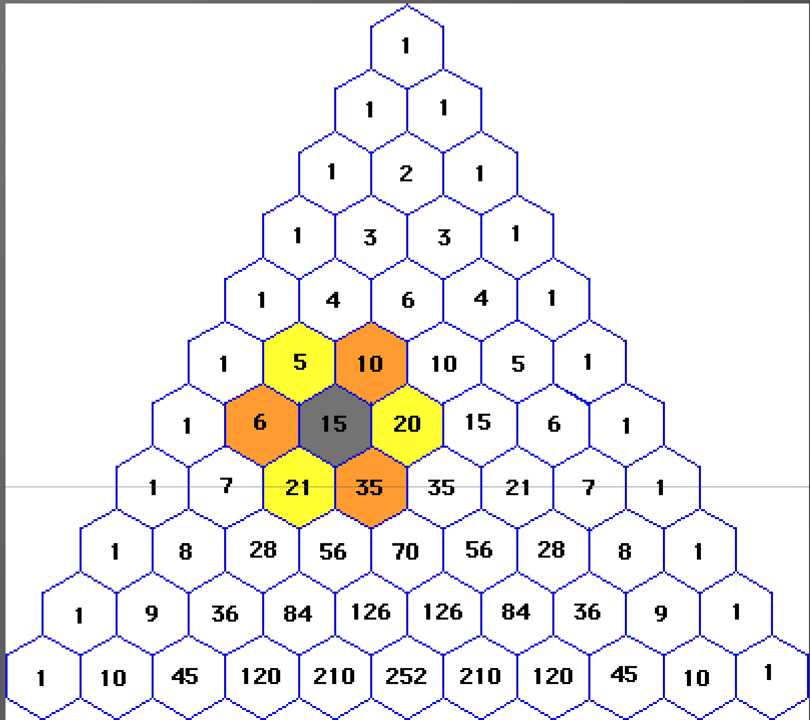


[Passeggiata virtuale]

Esperimento casuale: passeggiata a 10 passi

	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1										1		1										2
2									1		2		1									4
3								1		3		3		1								8
4							1		4		6		4		1							16
5						1		5		10		10		5		1						32
6					1		6		15		20		15		6		1					64
7				1		7		21		35		35		21		7		1				128
8			1		8		28		56		70		56		28		8		1			256
9		1		9		36		84		126		126		84		36		9		1		512
10	1		10		45		120		210		252		210		120		45		10		1	1024

Chi non muore si rivede



Il triangolo di Pascal

Distribuzione binomiale

Passeggiata a 10 passi: probabilità

	X	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N																						
1		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2		0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0,5	0	0,25	0	0	0	0	0	0	0	0
3									0,125		0,375		0,375		0,125							
4																						
5																						
6																						
7																						
8																						
9																						
10		0,10%		0,98%		4,39%		11,72%		20,51%		24,61%		20,51%		11,72%		4,39%		0,98%		0,10%

Impara l'arte e mettila da parte

Riassunto delle leggi (assiomi) della probabilità

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

$$P(\emptyset) = 0 \qquad P(\Omega) = 1$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Se **A** e **B** sono **eventi incompatibili**

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

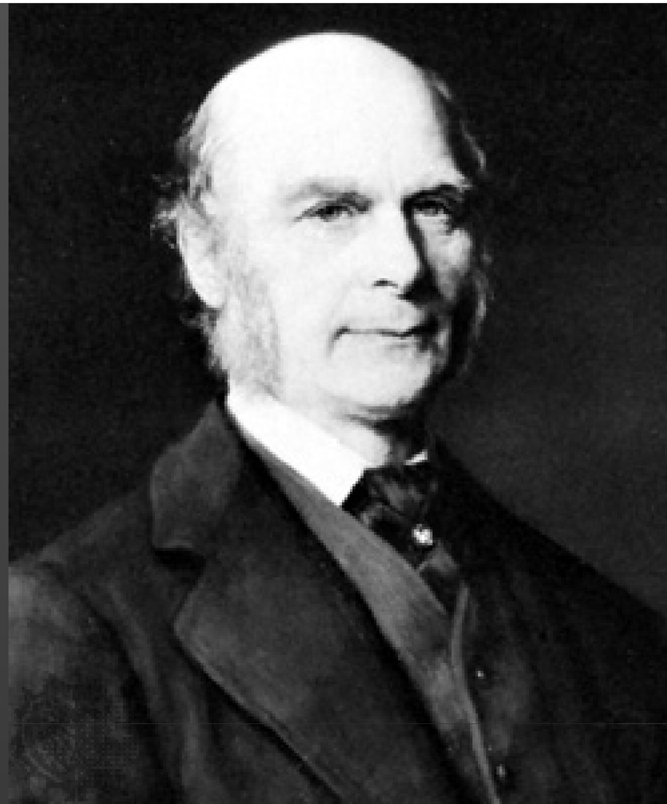
Opinioni di Francis Galton

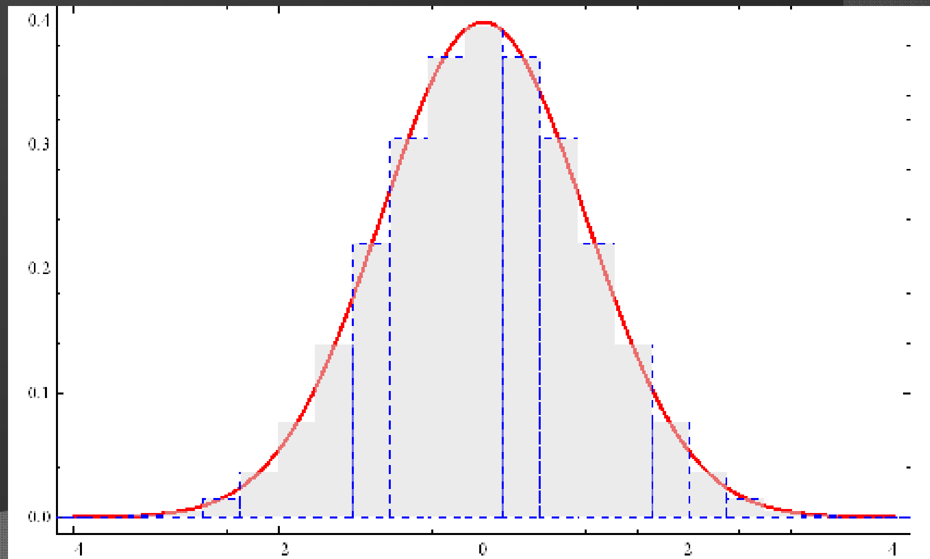
"…Therefore most of the shot finds its way into the compartments that are situated near to a perpendicular line drawn from the outlet of the funnel, and the Frequency with which shots stray to different distances to the right or left of that line diminishes in a much faster ratio than those distances increase.

This illustrates and explains the reason why mediocrity is so common."

Esperimento virtuale

Esperimento virtuale completo





Passeggiata a 10 passi: meta più probabile

	X	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N																						
1		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2		0	0	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0,5	0	0,25	0	0	0	0	0	0	0	0
3									0,125		0,375		0,375		0,125							
4																						
5																						
6																						
7																						
8																						
9																						
10		0,10%		0,98%		4,39%		11,72%		20,51%		24,61%		20,51%		11,72%		4,39%		0,98%		0,10%

Impara l’arte e mettila da parte

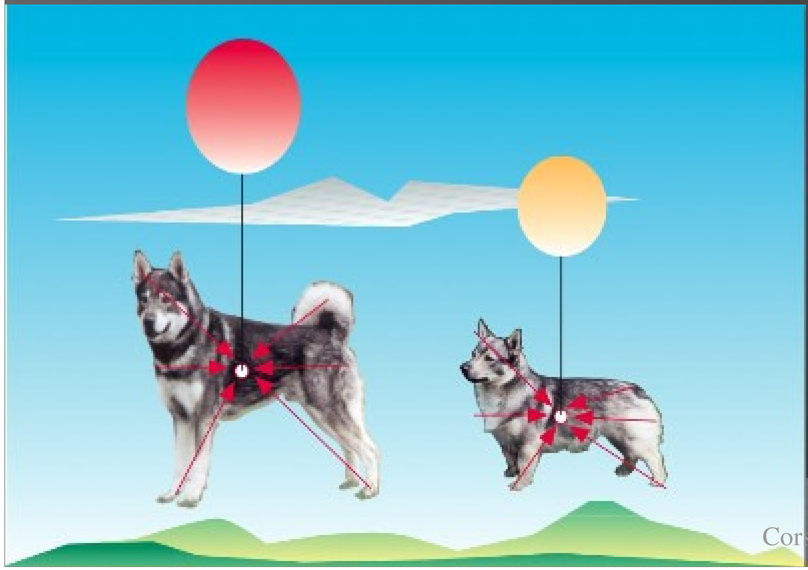
VALORE ATTESO

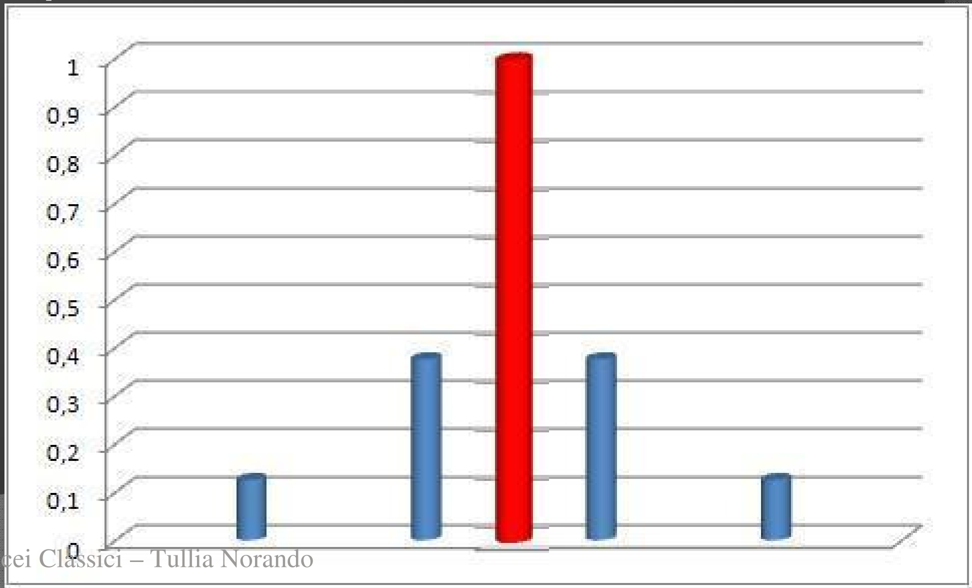
alias MEDIA   alias SPERANZA MATEMATICA

Nella passeggiata a 10 passi è l’esito più probabile.

Se mi fermo a 3 passi?

Perché si chiama MEDIA ? In quale senso è la media ?





Giochi equi

Scommetto 1 euro che nel lancio del dado esce 6.

Se voi scommettete contro di me, quanti euro dovete mettere in gioco?

Se G è il guadagno che posso realizzare nel gioco, qual è il suo valore atteso?

G	***x***	**-1**
P(*G*)	**1/6**	**5/6**

$$E(G) = x \times \frac{1}{6} - 1 \times \frac{5}{6}$$

Posso accettare la scommessa se voi siete disposti a mettere in gioco 5 euro, altrimenti il gioco non è equo.

altri meno

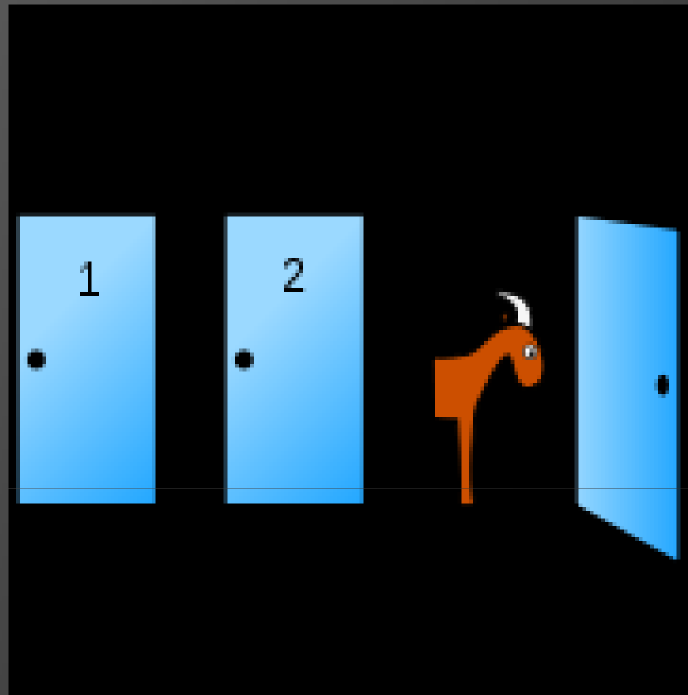
	Probabilità di vincere	Vincita per euro giocato	Vincita per euro se il gioco fosse equo
ROULETTE Rosso/nero Passe/manque Pari/dispari	0,486	2	2,058
LOTTO Ambata Ambo Terno Quaterna Cinquina	 1/18 1/400,5 1/11.748 1/511.038 1/43.949.268	 11,25 250 4.250 8.000 1.000.000	 18 400 11.748 511.038 43.949.268

Impara l'arte e mettila da parte

Simbolo	**Linguaggio delle probabilità**	**Linguaggio degli insiemi**
Ω	Spazio campionario	Insieme universo
$E=\{a\}$	Esito o Evento elementare	Sottinsieme costituito da un unico elemento
$A \leq B$	A è un sottoevento di B	A è un sottoinsieme di B
$B = \bar{A} = \Omega - A$	B è l'evento contrario di A	B è il complementare di A
$C=A+B$ o $C=A\cup B$	C è l'evento somma di A e B	$C=A\cup B$
$C=A.B$ o $C=A\cap B$	C è l'evento prodotto di A e B	$C=A\cap B$
$A\cap B$ è l'evento impossibile	A e B sono eventi incompatibili	$A\cap B=\emptyset$
$A\cap B\cap C$ è l'evento impossibile	A, B, C sono eventi mutuamente esclusivi	$A\cap B=\emptyset$, $A\cap C=\emptyset$, $C\cap B=\emptyset$

Le informazioni possono cambiare la probabilità?

Le tre porte



Una diatriba tra esperti

Le informazioni possono cambiare la probabilità?

Lancio singolo di 2 dadi : dado **rosso** e dado **blu**

Esiti possibili 36

A “sul dado rosso è uscito 6”

B “la somma dei punti è 9”

1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	1 6
2 1	2 2	2 3	2 4	2 5	2 6
3 1	3 2	3 3	3 4	3 5	3 6
4 1	4 2	4 3	4 4	4 5	4 6
5 1	5 2	5 3	5 4	5 5	5 6
6 1	6 2	6 3	6 4	6 5	6 6

La probabilità di A+B è

$$P(A+B)=9/36<P(A)+P(B)=10/36$$

Le informazioni possono cambiare la probabilità?

Lancio singolo di 2 dadi : dado **rosso** e dado **blu**

A•B "sul dado rosso è uscito 6 e la somma dei punti è 9"

1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	1 6
2 1	2 2	2 3	2 4	2 5	2 6
3 1	3 2	3 3	3 4	3 5	3 6
4 1	4 2	4 3	4 4	4 5	4 6
5 1	5 2	5 3	5 4	5 5	5 6
6 1	6 2	6 3	6 4	6 5	6 6

$$P(A \cdot B) = 1/36$$

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$$

Le informazioni possono cambiare la probabilità?

Lancio singolo di 2 dadi : dado **rosso** e dado **blu**

Esiti possibili 36

1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	1 6
2 1	2 2	2 3	2 4	2 5	2 6
3 1	3 2	3 3	3 4	3 5	3 6
4 1	4 2	4 3	4 4	4 5	4 6
5 1	5 2	5 3	5 4	5 5	5 6
6 1	6 2	6 3	6 4	6 5	6 6

Somma	Probabilità
2	2,78%
3	5,56%
4	8,33%
5	11,11%
6	13,89%
7	16,67%
8	13,89%
9	11,11%
10	8,33%
11	5,56%
12	2,78%

Le informazioni possono cambiare la probabilità?

La probabilità di B "sul dado rosso è uscito 2" è

$$P(B) = 1/6 \cong 0.1667$$

La probabilità di A: "la somma è 3 oppure 6"

$$P(A) = 7/36$$

	1 2			1 5	
2 1			2 4		
		3 3			
	4 2				
5 1					

Se A si è verificato, qual è la probabilità di B ?

$$P(B\backslash A) = 2/7 \simeq 0.2857$$

Come le informazioni possono cambiare la probabilità

A•B "sul dado rosso è uscito 2 e la somma dei punti è 3 oppure 6"

$$P(A \cdot B) = 2/36$$

1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	1 6
2 1	2 2	2 3	2 4	2 5	2 6
3 1	3 2	3 3	3 4	3 5	3 6
4 1	4 2	4 3	4 4	4 5	4 6
5 1	5 2	5 3	5 4	5 5	5 6
6 1	6 2	6 3	6 4	6 5	6 6

$$P(B \backslash A) \times P(A) = \frac{2}{7} \times \frac{7}{36} = \frac{2}{36} = P(A \cdot B)$$

Come le informazioni possono cambiare la probabilità

$$P(B \backslash A) = \frac{P(A \cdot B)}{P(A)}$$

$$P(A \backslash B) = \frac{P(A \cdot B)}{P(B)}$$

$$P(A \backslash B) \times P(B) = P(B \backslash A) \times P(A)$$

La teoria della probabilità di Thomas Bayes (1702-1761)
fu pubblicata postuma nei *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* nel 1764.

Le sue conclusioni furono molto discusse e contrastate finché furono accettate da Laplace nel 1781.

Probabilità a posteriori

All'inizio avevo due monete: M1e M2.

M1 è una moneta con due facce diverse (T, C) , mentre M2 è una moneta con due facce uguali (T, T).

Ora ne scelgo una a caso e la lancio. Esce testa (T).

È più probabile che la moneta che ho lanciato sia M1 o M2?

$$P(T \setminus M) \times P(M) = P(M \setminus T) \times P(T)$$

$$P(M1 \setminus T) = \frac{1/4}{P(T)}$$

$$P(M2 \setminus T) = \frac{1/2}{P(T)}$$

A caso ? La modellazione

Un esempio “classico”

Disegna un cerchio di raggio **r** qualsiasi.

Ora traccia a caso una corda.

Qual è la probabilità che la corda che hai tracciato sia più lunga del lato del triangolo equilatero inscritto?

Metodo 1 . Metodo degli estremi casuali

Metodo 2 . Metodo del diametro casuale

Metodo 3 . Metodo del punto medio casuale

Il ruolo degli eventi indipendenti

$$P(A \backslash B) = P(A)$$

$$P(A \cdot B) = P(A) \times P(B)$$

I compleanni

In questa aula ci sono almeno due persone che festeggiano il compleanno lo stesso giorno. Sono pronta a scommettere 50 euro alla pari. Siete disposti a scommettere contro di me?

Compleanni

Ragionamento 1

Ci sono k compleanni *disponibili*, e 365 compleanni *possibili*. Per avere probabilità di vittoria maggiore di 0,5 è chiaro che k deve essere almeno 183, più della metà dei casi possibili. Dunque bisogna scommettere contro il docente.

Questa soluzione è **sbagliata** !

Soluzione del problema del compleanno/1

E' più semplice calcolare la probabilità che i compleanni siano tutti differenti. Chiediamo ad uno studente alla volta il suo compleanno e prendiamo nota del giorno/mese.

probabilità che il secondo studente abbia un compleanno diverso dal primo

$$1-\frac{1}{365}=\frac{364}{365}$$

probabilità che il terzo studente abbia un compleanno diverso dai primi due

$$1-\frac{2}{365}=\frac{363}{365}$$

probabilità che i due eventi precedenti si verifichino contemporaneamente

$$\left(1-\frac{1}{365}\right)\left(1-\frac{2}{365}\right)=\frac{364}{365}\times\frac{363}{365}$$

Soluzione del problema del compleanno/2

Proseguendo si ha

$$\frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \frac{362}{365} \times \ldots \times \frac{365-k}{365}$$
$$= \frac{1}{365^k}\left(364 \times 363 \times \ldots \times (365-k)\right)$$

probabilità che almeno due compleanni siano uguali

$$1 - \frac{1}{365^k}\left(364 \times 363 \times \ldots \times (365-k)\right)$$

Per scommettere con vantaggio che, prese k persone a caso, almeno due di esse siano nate nello stesso giorno è sufficiente che k sia almeno 23.

10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
0,1169482	0,4114384	0,7063162	0,8912318	0,9703736	0,9941227	0,9991596	0,9999143	0,9999938	0,9999997

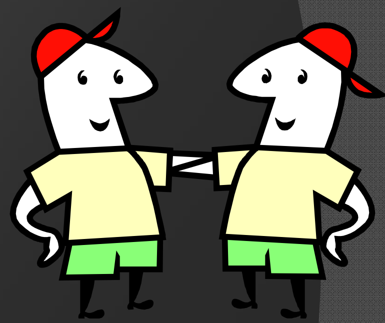
Com'è piccolo il mondo!

Se ti sei trovato in vacanza in una località che pensavi fosse al di fuori dei soliti circuiti e hai trovato qualcuno che conosci

Se hai indossato ad una festa un vestito nuovo di cui ti avevano detto che ce n'erano pochi in commercio

ti può essere capitato di esclamare

non è possibile con tutti i posti (vestiti) che ci sono!



Ma è proprio vero?

Se si generalizza il calcolo fatto per la coincidenza dei compleanni si trova che, ad esempio su **10000** possibili mete (vestiti) davanti a **119** persone presenti nello stesso luogo, la probabilità di una coincidenza già supera il 50%

E su **200** persone presenti la probabilità supera l' 86%

Come calcolare la probabilità di un evento complesso

Se un evento **E** è la somma di due o più alternative **A**(i) , i=1,2,…,n
Come calcolo la probabilità di **E**?

Vediamo un esempio

16 D
4 B

Scatola T

8 D
5 B

Scatola U

D "pezzo difettoso"

B "pezzo buono"

Lancio un dado: se esce 1 o 2 scelgo la scatola T, altrimenti la U
Poi estraggo un pezzo a caso dalla scatola

Calcolare la probabilità che estragga un pezzo difettoso

Come calcolare la probabilità di un evento complesso

$$E = (T \cap D) \cup (U \cap D)$$

$$\begin{aligned} P(E) &= P(T \cap D) + P(U \cap D) \\ &= P(D \backslash T) \times P(T) + P(D \backslash U) \times P(U) \\ &= \frac{16}{20} \times \frac{2}{6} + \frac{8}{13} \times \frac{4}{6} = \frac{132}{195} \end{aligned}$$

68% circa

Scatola T	Scatola U
16 D 4 B	8 D 5 B

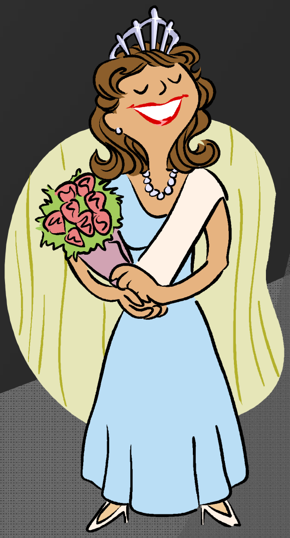
La probabilità come strategia

Il principe azzurro indice un concorso tra tutte le fanciulle del regno per trovare una moglie. Il requisito è **essere la più bella**.

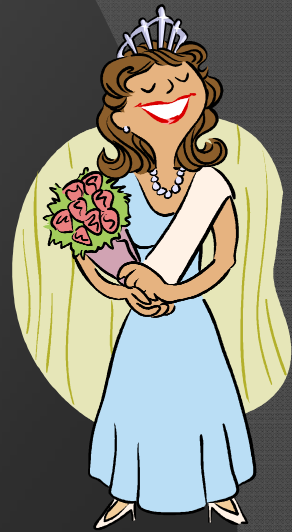
Le fanciulle in età da marito sono moltissime e il principe non può perdere tanto tempo, dovendo svolgere altri gravosi doveri.

Quale criterio adotterà per selezionare le fanciulle?

Ci vogliono delle regole



La probabilità come strategia



Regola 1: neanche ai principi è concessa la bigamia!

Regola 2: niente raccomandazioni !

Regola 3: una alla volta per carità!

Regola 4: ogni lasciata è persa!

Strategia: scartare le prime ***n*-1** ragazze esaminate, se l' ***n***-esima ragazza è più bella delle precedenti sceglierla altrimenti andare avanti finché non si trovi una ragazza più bella di tutte le precedenti.

La probabilità come strategia

Qual è la probabilità di selezionare la ragazza più bella del regno con questa procedura?

Sia ***N*** il numero di ragazze da marito nel regno.

La strategia adottata impone di scoprire qual è il valore di ***n*** che dà la probabilità più alta di scegliere la ragazza migliore.

Vediamo prima un esempio

La probabilità come strategia

N **=4** ecco lo schema dei possibili incontri

ABCD	BACD	CABD	DABC
ABDC	BADC	CADB	DACB
ACBD	BCAD	CBAD	DBAC
ACDB	BCDA	CBDA	DBCA
ADBC	BDAC	CDAB	DCAB
ADCB	BDCA	CDBA	DCBA

A, B, C, D sono in ordine di beltà crescente

Calcoliamo la probabilità di scegliere D a seconda dei valori di ***n***

La probabilità come strategia

ABCD	BACD	CABD	DABC
ABDC	BADC	CADB	DACB
ACBD	BCAD	CBAD	DBAC
ACDB	BCDA	CBDA	DBCA
ADBC	BDAC	CDAB	DCAB
ADCB	BDCA	CDBA	DCBA

n	n-1	p
1	0	6/24
2	1	11/24
3	2	10/24
4	3	6/24

11/24

Formalizzazione

A(n) "il principe sceglie la candidata più bella"

B(i) "la candidata migliore è l'i-esima esaminata"

P($\boldsymbol{n}$) = P(**A**(n)) per ogni $\boldsymbol{n}$ fissato (n = 2,3,…,$\boldsymbol{N}$)

Le candidate si presentano a caso

$$P\big(B(i)\big) = \frac{1}{N}$$

Le prime n-1 sono scartate, quindi per i =1,2,…,n-1 $P(A(n)\backslash B(i)) = 0$

La migliore tra le prime i-1 deve capitare tra le n-1 scartate, quindi per i = n,n+1,…,N

$$P(A(n)\backslash B(i)) = \frac{n-1}{i-1}$$

Formalizzazione

A(n) "il principe sceglie la candidata più bella"

B(i) "la candidata migliore è l'i-esima esaminata"

P($\boldsymbol{n}$) = P(**A**(n)) per ogni $\boldsymbol{n}$ fissato (n = 2,3,…,***N***)

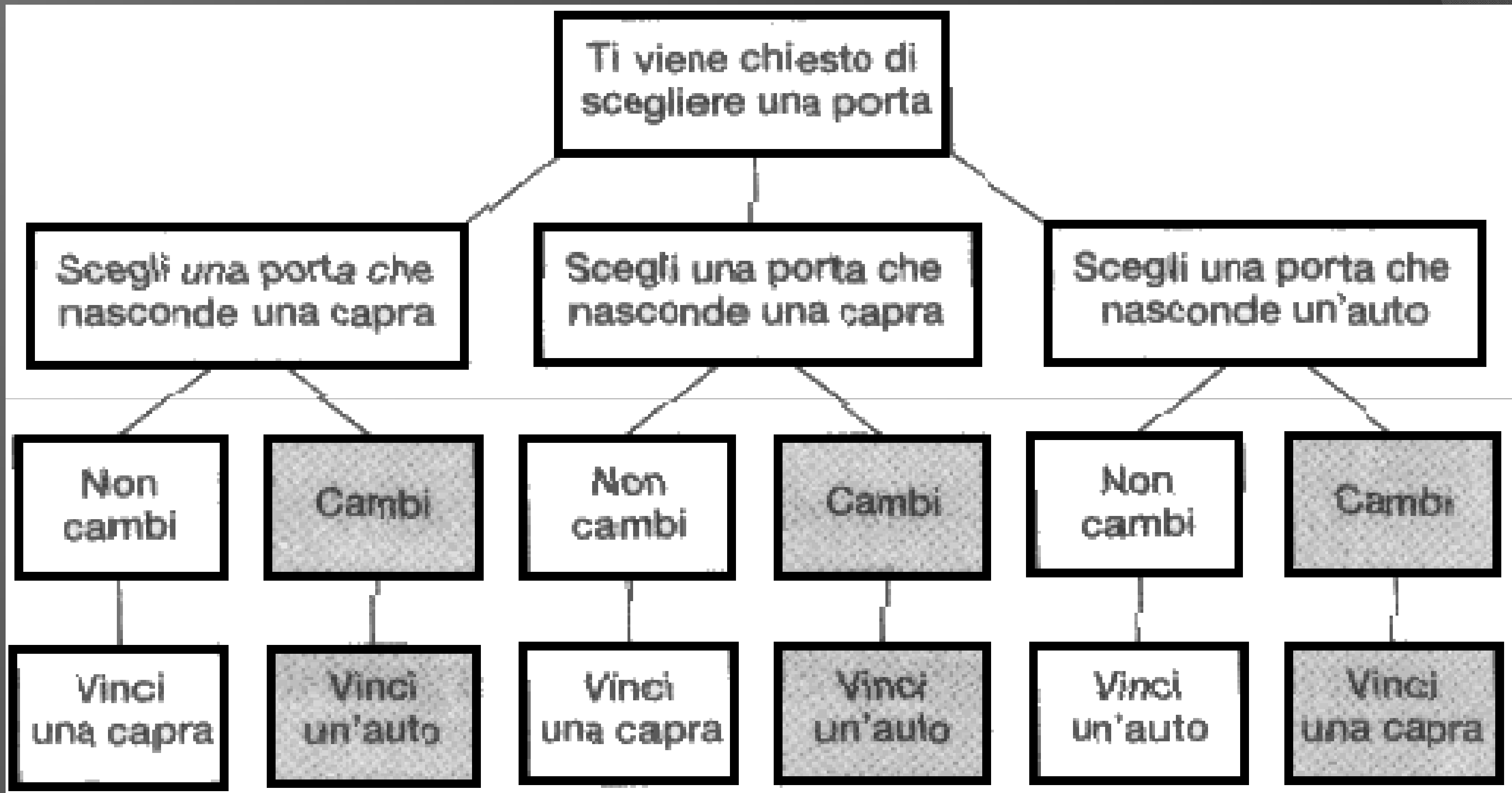
$$p(n) = P\big(A(n)\big) = \sum_{i=1}^{N} P\big(A(n)\backslash B(i)\big) \times P\big(B(i)\big)$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{i-n}^{N} \frac{n-1}{i-1}$$

la scelta migliore ?

Laboratorio di Formazione Matematica
e di Sperimentazione Didattica
Politecnico di Milano
http://effediesse.mate.polimi.it
tel.: +390223994624 - fax.:+390223994629

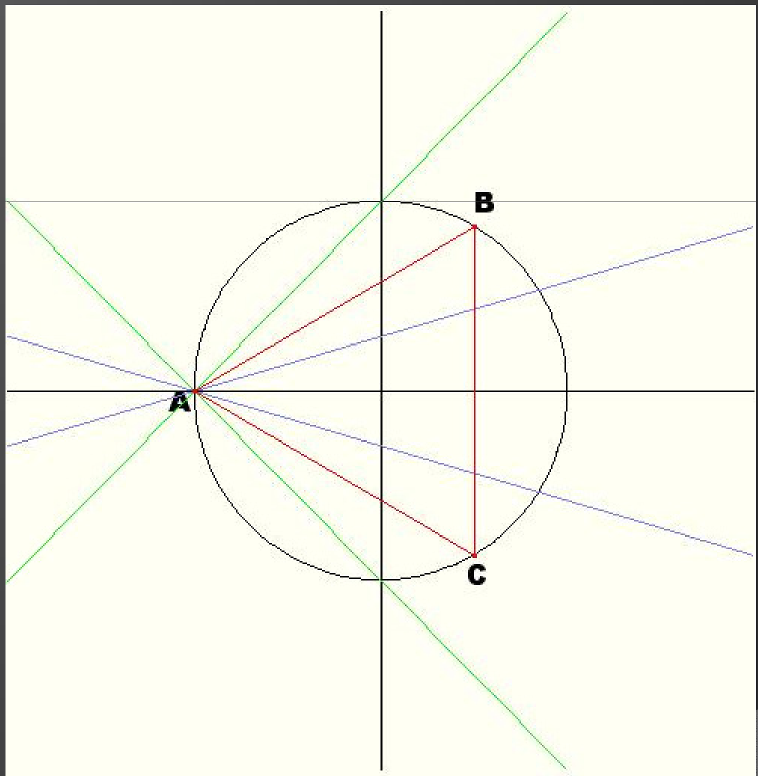
Schema delle tre porte



Metodo degli estremi casuali

Si scelga un punto sulla circonferenza e si ruoti il triangolo in modo che il punto scelto sia uno dei vertici. Si scelga poi un altro punto sulla circonferenza e si disegni la corda congiungente i due punti. Per punti sull'arco compreso fra gli estremi del lato opposto al primo punto, la corda è più lunga di un lato del triangolo.

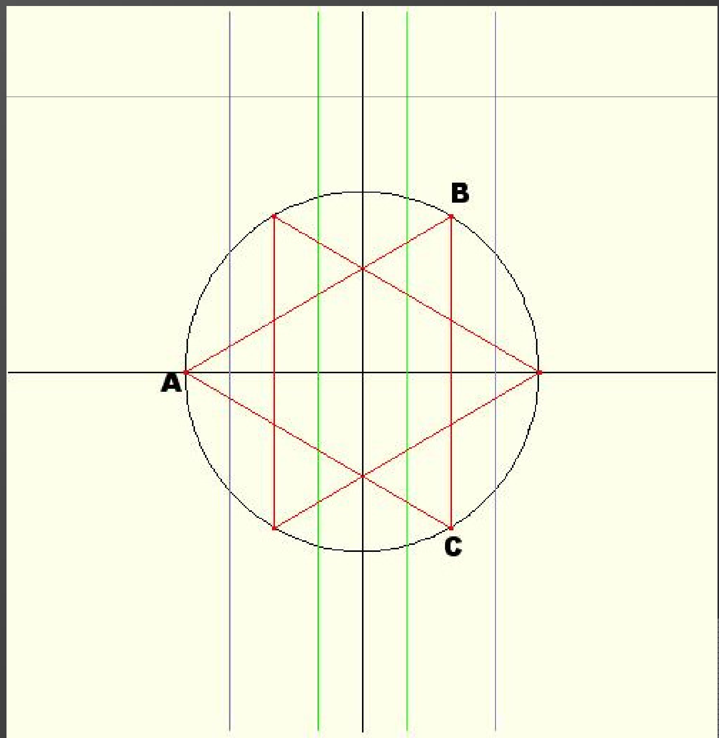
1/3



Metodo del diametro casuale

Si scelga un raggio del cerchio e si ruoti il triangolo in modo che un lato sia perpendicolare al raggio. Si scelga poi un punto del raggio e si disegni la corda che ha per punto medio il punto scelto. La corda è più lunga di un lato del triangolo se il punto scelto è più vicino al centro del cerchio rispetto al punto in cui il lato del triangolo interseca il raggio.

1/2

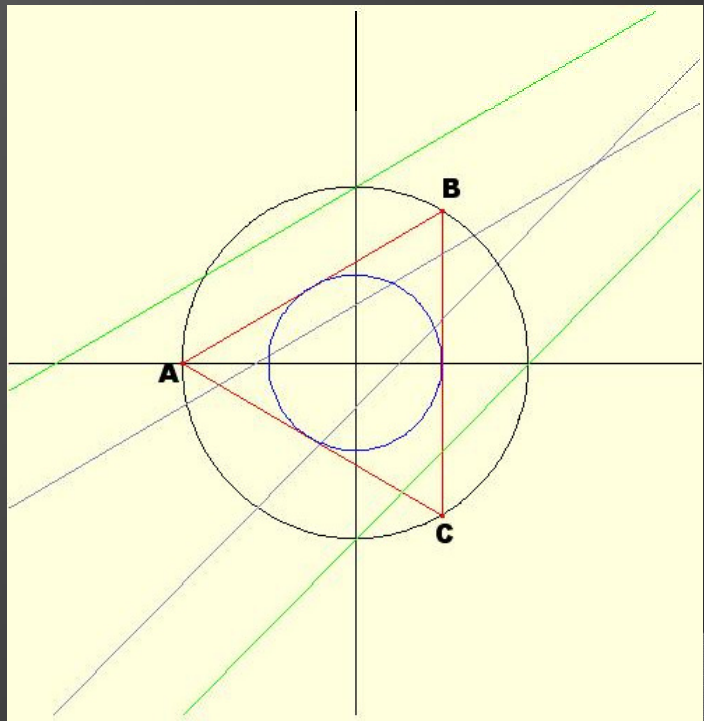


Metodo del punto medio casuale

Si scelga un punto casuale del cerchio (non necessariamente della circonferenza!).

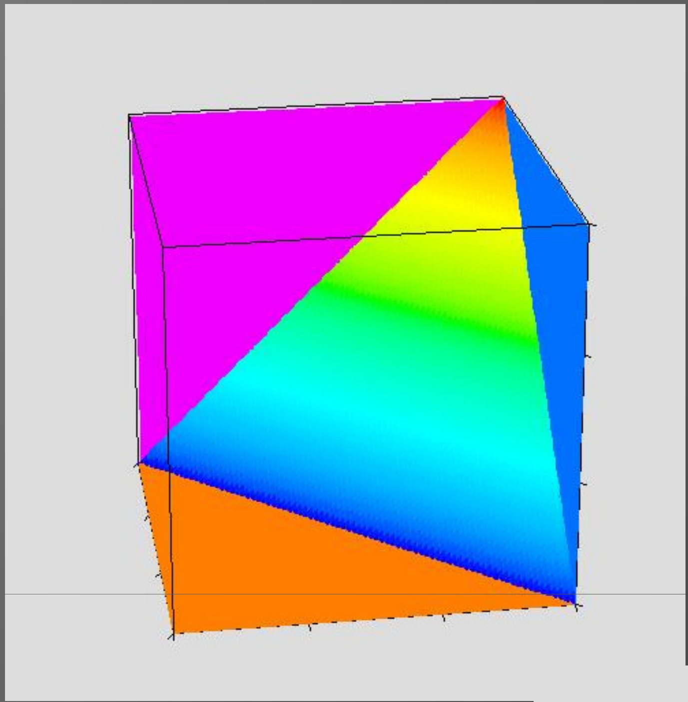
Si costruisca quindi una corda che abbia il punto scelto come punto medio.

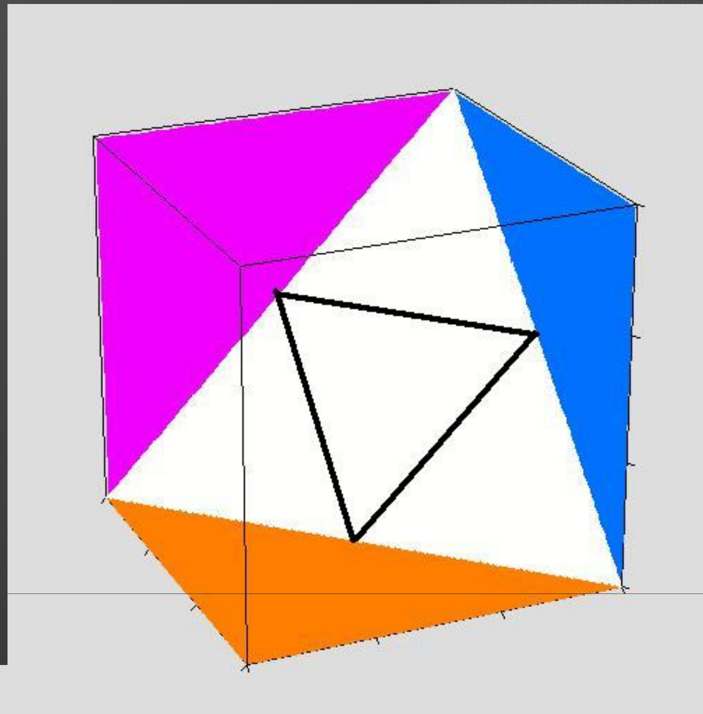
La corda è più lunga del lato del triangolo inscritto se il punto scelto cade all'interno di un cerchio concentrico al primo di raggio 1/2.

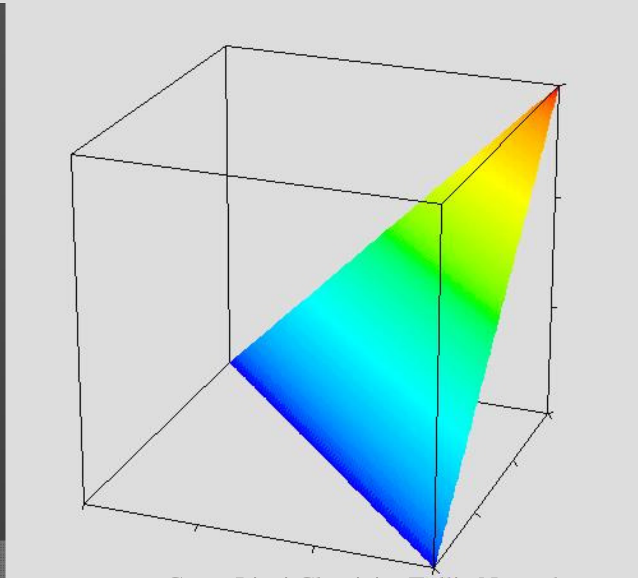


1/4

Metodo degli angoli casuali







3/4